5.- SISTEMAS DE PARTÍCULAS.

La mayor parte de los objetivos físicos no pueden por lo general tratarse como partículas. En mecánica clásica, un objetivo extendido se considera como un sistema compuesto por un gran número de partículas puntuales.

El estudio sirve para el análisis de partículas libres, como para un sólido rígido en cuyo caso las partículas se mueven manteniendo distancias fijas entre si.

Movimiento lineal e impulso.

El movimiento lineal de una partícula de masa *m* que se mueve con una velocidad *v* se define como un producto de la masa por la velocidad:

$$p = mv$$

Se define el vector fuerza, como la derivada del momento lineal respecto del tiempo:

$$F = \frac{dp}{dt}$$

La segunda ley de Newton es un caso particular de la definición de fuerza; cuando la masa de la partícula es constante:

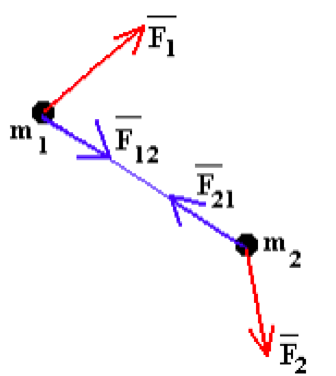
$$F = \frac{d(mv)}{dt} = m\frac{dv}{dt} = ma$$

En muchas situaciones físicas se emplea la aproximación del impulso. En esta aproximación, se supone que una de las fuerzas que actúan sobre la partícula es muy grande pero de muy corta duración. Esta aproximación es de gran utilidad cuando se estudian los choques, p or ejemplo, de una pelota con una raqueta o una pala. El tiempo de colisión es muy pequeño, del orden de centésimas o milésimas de segundo, y la fuerza promedio que ejerce la pala o la raqueta es de varios cientos o miles de newtons. Esta fuerza es mucho m ayor que la gravedad, por lo que se puede utilizar la aproximación del impulso. Cuando se utiliza esta aproximación es importante recordar que los momentos lineales inicial y final se refieren al instante antes y después de la colisión, respectivamente.

5.1 Dinámica de un sistema de partículas:

Sea un sistema de partículas. Sobre cada partícula actúan las fuerzas exteriores al sistema y las fuerzas de interacción mutua entre las partículas del sistema. Supongamos un sistema formado por dos partículas. Sobre la partícula 1 actúa la fuerza exterior F1 y la fuerza que ejerce la partícula 2, F12. Sobre la partícula 2 actúa la fuerza exterior F2 y la fuerza que ejerce la partícula 1, F21. Por ejemplo, si el sistema de partículas fuese el formado por la Tierra y la Luna: las fuerzas exteriores serían las que ejerce el Sol (y el resto de los planetas) sobre la Tierra y sobre la Luna.

Las fuerzas interiores serían la atracción mutua entre estos dos cuerpos celestes. Para cada unas de las partículas se cumple que la razón de la variación del momento lineal con el tiempo es igual la resultante de las fuerzas que actúan sobre la partícula considerada, es decir, el movimiento de cada partícula viene determinado por las fuerzas interiores y exteriores que actúan sobre d icha partícula.



Sumando a mienbro y teniendo en cuenta la tercera ley de Nexton, tenemos que:

$$\frac{d(p1 + p2)}{dt} = F1 + F2 \qquad\qquad \frac{dP}{dt} = F\ ext$$

Donde P es el momento lineal total del sistema y F ext es la resultante de las fuerzas exteriores que actúan sobre el sistema de partículas. El movimiento del sistema de partículas viene determinado solamente por las fuerzas exteriores.

5.2 Movimiento del centro de masa:

Muchas veces en nuestra vida cotidiana, se observa un tipo de movimiento en el que el cuerpo se mueve hacia y desde alrededor de las posiciones medias. Se conoce como el movimiento vibratorio o movimiento oscilatorio. El movimiento oscilatorio del cuerpo se llama periódico cuando se repite después de intervalos de tiempo.

Por lo general se observa que:

• Cuando una masa es suspendida de un resorte, si se tira hacia abajo y luego se libera la masa comienza a oscilar.

• El péndulo simple vibra, cuando se desplaza desde la posición de reposo, y es lanzado hacia atrás.

• Una regla de acero sujetada en un extremo del Banco, cuando oscila el extremo libre se lanza hacia abajo.

• El balón oscila alrededor de su posición media.

Para dar las oscilaciones en el cuerpo, se tira la pelota lejos de la posición original y luego soltarlo. La fuerza de restauración hace que la bola en el a y fro-posición. Debido a la acción de la fuerza de restauración, el cuerpo se acelera y pasa a la posición de reposo debido a la inercia. Entonces se retira nuevamente con la ayuda de la fuerza de restauración.

La fuerza de restauración es siempre hacia la posición media del cuerpo. Así, en el medio mientras que la dirección de la aceleración es hacia la posición media también.Se ha observado esos cuerpo vibrante producir las olas. Por ejemplo, la cadena de violín produce ondas de sonido en el aire. Estos fenómenos son naturales.

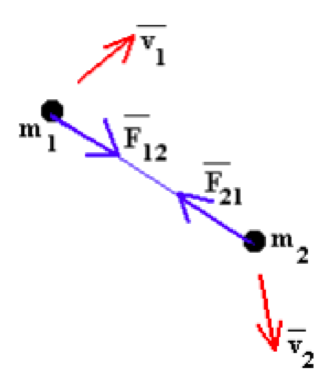
En la figura, tenemos dos partículas de masas m1 y m2, como m1 es mayor que m2, la posición del centro de masas del sistema de dos partículas estará cerca de la masa mayor.

$$x_{cm} = \frac{m_1 x_1 + m_2 x_2}{m_1 + m_2}$$

5.3 Teorema de conservación de la cantidad de movimiento:

Un sistema aislado, es un sistema donde no agencia externa actúa sobre cualquier fuerza. Por ejemplo, las moléculas de un gas que se encuentran en un recipiente de cristal a una misma temperatura pueden constituir un sistema aislado. Debido a su movimiento aleatorio, pueden chocar con uno con otro, pero dentro de un recipiente de vidrio, no hay ninguna agencia externa que puede ejercer una fuerza sobre ellos. Teorema del impulso se conserva en cualquier colisión si el efecto obtenido de cualquier fuerza externa presente está en relación con el efecto dado la colisión.

Considérese dos partículas que pueden interactuar entre sí pero que están aisladas de los alrededores. Las partículas se mueven bajo su interacción mutua pero no hay fuerzas exteriores al sistema.



La partícula 1 se mueve bajo la acción de la fuerza F12 que ejerce la partícula 2. La partícula 2 se mueve bajo la acción de la fuerza F21 que ejerce la partícula 1. La tercera ley de Newton o Principio de Acción y Reacción establece que ambas fuerzas tendrán que ser iguales y de signo contrario. F12 + F21 = 0.

Aplicando la segunda ley de Newton a cada una de las partículas:

$$\frac{dp1}{dt} + \frac{dp2}{dt} = \frac{d(p1 + p2)}{dt} = 0$$

El principio de conservación del momento lineal afirma que el momento lineal total del sistema de partículas permanece constante, si el sistema es aislado, es decir, si no actúan fuerzas exteriores sobre las partículas del sistema. El principio de conservación del momento lineal es independiente de la naturaleza de las fuerzas de interacción entre las partículas del sistema aislado:

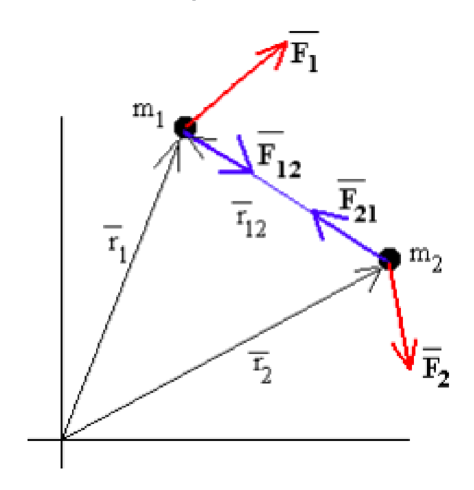
$$m1u1+m2u2=m1v1+m2v2$$

Donde u1 y u2 son las velocidades iniciales de las partículas 1 y 2 y v1 y v2 las velocidades finales de dichas partículas.

5.4 Teorema de conservación de la energía:

Para la definición de trabajo, usted puede aprender el concepto de energía cinemática. Sólo para la fuerza de trabajo puede darse la aceleración a través de F = ma, por lo que el trabajo está directamente relacionada con la velocidad a través de la acción del teorema trabajo-energía. Matemáticamente la explicación del teorema es muy fácil. La explicación del teorema da entendimiento de este concepto porque toda derivación requiere cálculo donde el teorema es conducido de forma unidimensional de la fuerza de energía constante.

Supongamos que la partícula de masa m1 se desplaza dr1, y que la partícula de masa m2 se desplaza dr2, como consecuencia de las fuerzas que actúan sobre cada una de las partículas.



El trabajo realizado por la resultante de las fuerzas que actúan sobre la primera partícula es igual al producto escalar:

(F1+F12)·dr1

Del mismo modo, el trabajo realizado por la resultante de las fuerzas que actúan sobre la partícula de masa m2 será:

(F2+F21)·dr2

Teniendo en cuenta que el trabajo de la resultante de las fuerzas que actúan sobre una partícula modifica la energía cinética de la partícula, es decir, la diferencia entre la energía cinética final y la inicial.

$$\int (\mathbf{F}_1 + \mathbf{F}_{12})\cdot d\mathbf{r}_1 = \frac{1}{2} m_1 v_{1f}^2 - \frac{1}{2} m_1 v_{1i}^2$$

$$\int (\mathbf{F}_2 + \mathbf{F}_{21})\cdot d\mathbf{r}_2 = \frac{1}{2} m_2 v_{2f}^2 - \frac{1}{2} m_2 v_{2i}^2$$

El trabajo de las fuerzas exteriores es igual a la diferencia entre la energía del sistema de partículas en el estado final y la energía del sistema de partículas en el estado inicial. Para un sistema de dos partículas, hay una sola interacción de la partícula 1 con la 2 descrita por la fuerza interna conservativa F12 o por la energía potencial Ep12. La energía del sistema U se escribe:

$$U = \frac{1}{2} m_1 v_1^2 + \frac{1}{2} m_2 v_2^2 + E_{p12}$$

Para un sistema formado por tres partículas hay tres interacciones, de la partícula 1 con la 2, la 1 con la 3 y la 2 con la 3, descritas por las fuerzas internas conservativas F12, F23, F13 o por sus correspondientes energías potenciales. La energía del sistema es:

$$U = \frac{1}{2} m_1 v_1^2 + \frac{1}{2} m_2 v_2^2 + \frac{1}{2} m_3 v_3^2 + E_{p12} + E_{p13} + E_{p23}$$

5.5 Colisiones elásticas e inelásticas:

Hay un uso perfecto sin pérdida de energía cinética que se define como la colisión elástica. En esta frase, una parte de la energía cinética se transforma en otra energía. Cualquier colisión macroscópica entre estos objetos puede ser capaz de convertir la energía cinética en la energía interna o cualquier otra forma necesaria de energía. Así que no hay ninguna escala que afecte el elástico completo.

Esta energía en las colisiones inelásticas, pero nadie puede tomar la energía cinética de la colisión, porque se convierte en otras formas de energía. Según los gases ideales, los choques son perfectamente colisiones elásticas. Algunas de gran escalas como las interacciones gravitacionales entre los planetas y satélites que son completamente elásticas. Colisiones de esferas duras son menos elásticas, pero pueden ser útiles para calcular la limitación de colisión elástica.

Se emplea el término de colisión para representar la situación en la que dos o más partículas interaccionan durante un tiempo muy corto. Se supone que las fuerzas impulsivas debidas a la colisión son mucho más grandes que cualquier otra fuerza externa presente. El momento lineal total se conserva en las colisiones. Sin embargo, la energía cinética no se conserva debido a que parte de la energía cinética se transforma en energía térmica y en energía potencial elástica interna cuando los cuerpos se deforman durante la colisión. Se define colisión inelástica como la colisión en la cual no se conserva la energía cinética. Cuando dos objetos que chocan se quedan juntos después del choque se dice que la colisión es perfectamente inelástica. Por ejemplo, un meteorito que choca con la Tierra.

En una colisión elástica la energía cinética se conserva. Por ejemplo, las colisiones entre bolas de billar son aproximadamente elásticas. A nivel atómico las colisiones pueden ser perfectamente elásticas.

$$\frac{1}{2}m_1v_1^2 + \frac{1}{2}m_2v_2^2 = \frac{1}{2}m_1u_1^2 + \frac{1}{2}m_1u_2^2 + Q$$

La magnitud Q es la diferencia entre las energías cinéticas después y antes de la colisión. Q toma el valor de cero en las colisiones perfectamente elásticas, pero puede ser menor que cero si en el choque se pierde energía cinética como resultado de la deformación, o puede ser mayor que cero, si la energía cinética de las partículas después de la colisión es mayor que la inicial, por ejemplo, en la explosión de una granada o en la desintegración radiactiva, parte de la energía química o energía nuclear se convierte en energía cinética de los productos.

Coeficiente de restricción:

Se ha encontrado experimentalmente que en una colisión frontal de dos esferas sólidas como las que experimentan las bolas de billar, las velocidades después del choque están relacionadas con las velocidades antes del choque, por la expresión:

$$v_1 - v_2 = -e(u_1 - u_2)$$

donde e es el coeficiente de restitución y tiene un valor entre 0 y 1. Esta relación fue propuesta por Newton y tiene validez solamente aproximada. El valor de uno es para un choque perfectamente elástico y el valor de cero para un choque perfectamente inelástico. El coeficiente de restitución es la razón entre la velocidad relativa de alejamiento, y la velocidad relativa de acercamiento de las partículas.

5.6 Cuerpo rigido:

En la dinámica del cuerpo rígido, usted puede aprender los movimientos de un sistema de los cuerpos interconectados en el caso de fuerzas externas. La suposición de que los cuerpos son rígidos se basa en el principio de deformarse bajo la acción de las fuerzas aplicadas. Puede simplificar la conclusión mediante la reducción de los parámetros que describen la configuración del sistema de traducción. Esta ley de la física, explica la rotación de marcos de referencia a todo el mundo.

La dinámica de un sistema de cuerpo rígido puede definirse como las ecuaciones de movimiento que se derivan de la mecánica Lagrangiana y leyes de Newton del movimiento. La solución de estas ecuaciones del movimiento determina la configuración del sistema de cambios de cuerpos rígidos en término de la función del tiempo. La solución y la formulación de la dinámica del cuerpo rígido es una herramienta especial en la simulación de cualquier sistema mecánico.

Conside raremos a un cuerpo como rígido, cuando su forma no varía aún cuando se mueve sometido a la acción de fuerzas.

- En consecuencia, la distancia entre las diferentes partículas que lo forman, permanece incambiada a lo largo del tiempo.
- Si bien el cuerpo rígido ideal no existe, es una muy buena aproximación para encarar el estudio de muchos cuerpos.

Modos de movimiento en cuerpo rigido:

Traslación: En este caso el cuerpo rígido se traslada, de modo que en cada instante las partículas que lo forman, tiene n la misma velocidad y aceleración.

Rotación: El cuerpo rígido está en rotación, cuando cada partícula que lo integra, se mueve respecto a un eje con la misma velocidad angular y aceleración angular en cada instante.

General: En este caso tendremos una com binación de los dos anteriores, es decir una rotación y traslación que puede ser estudiado como una traslación y rotación del centro de masa que lo representa más una rotación respecto al centro de masa.

Cuerpo rigido:

Se define como un cuerpo ideal cuyas partes (partículas que lo forman) tienen posiciones relativas fijas entre sí cuando se somete a fuerzas externas, es decir no deformable. Con esta definición se elimina la posibilidad de que el objeto tenga movimiento de vibración. Este modelo de cuerpo rígido es muy útil en muchas situaciones en las cuales la deformación del objeto es despreciable.

El movimiento general de un cuerpo rígido es una combinación de movimiento de traslación y de rotación. Para hacer su descripción es conveniente estudiar en forma separada esos dos movimientos.

Torque de una fuerza

Cuando se aplica una fuerza en algún punto de un cuerpo rígido, el cuerpo tiende a realizar un movimiento de rotación en torno a algún eje. La propiedad de la fuerza para hacer girar al cuerpo se mide con una magnitud física que llamamos torque o momento de la fuerza. Se prefiere usar el nombre torque y no momento, porque este último se emplea para referirnos al momento lineal, al momento angular o al momento de inercia, que son todas magnitudes físicas diferentes para las cuales se usa el mismo término.

Diego Saúl Ramírez Bárcenas. 4 de diciembre de 2017.

1.- En una competencia varonil de pista y campo, la bala tiene una masa de 7.30 kg y se lanza con una rapidez de 15.0 m>s a 40.0° por en- cima de la horizontal ubicada sobre la pierna izquierda extendida de un hombre. ¿Cuáles son las componentes iniciales horizontal y vertical del momento lineal de esa bala?

2.- Dos vehículos se aproximan a una intersección. Uno es una camioneta *pickup* que viaja a 14.0 m>s con dirección este-oeste (la dirección 2*x*), y el otro es un auto sedan de 1500 kg que va de sur a norte (la dirección 1*y* a 23.0 m>s). *a*) Determine las componentes *x* y *y* del momento lineal neto de este sistema. *b*) ¿Cuáles son la magnitud y dirección del momento lineal neto?

3.- a) ¿A qué distancia del sol se encuentra ubicado el centro de masa Sol-Júpiter, si la masa del sol es de $1.99x10^{30}$kg y la de júpiter es de $1.90x10^{27}$ y la distancia media del centro de masa del Sol al centro de masa de Júpiter es $7.78x10^{11}$m.
b) ¿El centro de masa del sistema Sol-Júpiter queda dentro del sol?

4.- Dadas dos masas m_1= y m_2= con 20kg y 50kg respectivamente, ¿A qué distancia de m_1= se debe colocar la silla triangular que se muestra en la figura para que las masas m_1= y m_2= permanezcan en equilibrio si los centros de masas de m_1= y m_2= están separados una distancia de 6m?

5.- Un bloque de masa m1 = 1,6 kg. Que se mueve inicialmente hacia la derecha con una velocidad de 4 m/seg. Sobre una pista horizontal sin fricción choca con un resorte unido a un segundo bloque de masa m2 = 2,1 kg. Que se mueve hacia la izquierda con una velocidad de 2,5 m/seg. Como muestra la figura 9.12a. El resorte tiene una constante de resorte de 600 N/m.

6.- Se lanza una bola de 0,1 Kg. en línea recta hacia arriba en el aire con rapidez inicial de 15 m/seg. Encuentren el momentum de la bola.
a) En su máxima altura.
b) A la mitad de su camino hacia el punto máximo.

7.- Una gran pelota con una masa de 60 g se deja caer desde una altura de 2 m. Rebota hasta una altura de 1.8 m. ¿Cuál es el cambio en su momento lineal durante el choque con el piso?

8.- Un amigo dice que, mientras tenga puesto su cinturón de seguridad, puede sujetar un niño de 12 kg. En un choque de frente a 60 millas/hora. Con un muro de ladrillo en el que el compartimiento de pasajeros del auto se detiene en 0,05 seg. Demuestre que la violenta fuerza durante el choque va a arrebatar al niño de los brazos del amigo. Un niño siempre debe estar en una silla para niño asegurada con un cinturón de seguridad en el asiento trasero del vehiculo.

9.- Una pelota de 0,15 kg. De masa se deja caer del reposo, desde una altura de 1,25 metros. Rebota del piso para alcanzar una altura de 0,96 metros. Que impulso dio el piso a la pelota.

10.- Una ametralladora dispara balas de 35 gr. a una velocidad de 750 m/s. Si el arma puede disparar 200 balas/min, ¿cuál es la fuerza promedio que el tirador debe ejercer para evitar que la ametralladora se mueva?